



**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE INGENIERIA**

SYLLABUS (2020)

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**NOMBRE DEL DOCENTE: DOCENTES DE MATEMÁTICAS FACULTAD DE INGENIERIA**

**ESPACIO ACADÉMICO (Asignatura):** Cálculo Multivariado

**Obligatorio ( x ) : Básico ( x ) Complementario ( )**

**Electivo ( ) : Intrínsecas ( ) Extrínsecas ( )**

**CÓDIGO: 16**

**NUMERO DE ESTUDIANTES: 35**

**GRUPO:**

**NÚMERO DE CREDITOS: Tres 3**

**TIPO DE CURSO: TEÓRICO (x) PRACTICO TEO-PRAC:**

*Alternativas metodológicas:*

*Clase Magistral ( X ), Seminario ( ), Seminario – Taller ( ), Taller ( X ), Prácticas ( ),*

*Proyectos tutoriados ( X ), Otro: \_\_\_\_\_*

**HORARIO:**

**DIA**

**HORA**

**SALON**

**I. JUSTIFICACIÓN DEL ESPACIO ACADÉMICO**

El cálculo multivariado es una herramienta muy importante para el ingeniero, pues optimiza modelos funcionales en los cuales el valor de una cantidad puede depender de dos o más valores, convirtiéndolo así en un instrumento matemático ideal que permite comprender, plantear y solucionar problemas relacionados con áreas, volúmenes, trabajo, flujos (de fluidos, campos magnéticos y eléctricos, campos gravitacionales, masa, etc.)

En este curso se estudian los conceptos del cálculo diferencial e integral que se trabajaron en

funciones de valor real, generalizados a espacios euclidianos (llamados campos escalares y vectoriales).

Su importancia radica en la variedad de aplicaciones que los campos vectoriales tienen en la ingeniería, las cuales se presentan en asignaturas como electromagnetismo o mecánica de fluidos, que estructuran y capacitan a los estudiantes para su **desempeño profesional**.

Por tanto, se debe dotar a los estudiantes de ingeniería, las herramientas que les permitan desarrollar la capacidad de análisis, planteamiento y solución de problemas reales, que requieran el manejo del cálculo diferencial e integral en varias variables.

## II. PROGRAMACION DEL CONTENIDO

### OBJETIVO GENERAL

Proporcionar herramientas que permitan al estudiante de ingeniería analizar, plantear y resolver modelos que requieren el manejo de varias variables independientes en forma simultánea, a partir de la comprensión de los conceptos básicos: de derivada e integrales de campos escalares y vectoriales, en diferentes situaciones que se presentan en ingeniería

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Fundamentar en los estudiantes el concepto de espacio vectorial tridimensional, resaltando sus propiedades y resultados importantes que luego serán usados en temas específicos posteriores.
2. Identificar las dos clases de funciones que se presentan en el cálculo multivariado, como son: las funciones escalares y las funciones vectoriales, mostrando primero las generalidades y propiedades de las funciones cuyos contradominios son vectores.
3. Conceptualizar las funciones de más de una variable independiente y sus propiedades a partir del conocimiento que trae el estudiante de su curso de cálculo diferencial en lo que se refiere a dominios, límites, derivadas y valores extremos para funciones de una variable independiente.
4. Adquirir habilidad en el manejo del cálculo de integrales dobles, integrales triples, integrales de línea e integrales de superficie haciendo uso de los diferentes métodos de integración que aprendió en su curso anterior y aplicarlo a la solución de problemas.
5. Proporcionar una conexión entre el cálculo vectorial y el análisis de funciones de varias

variables relacionando los tres grandes teoremas de cálculo vectorial con las integrales múltiples de las funciones escalares, como por ejemplo lo es, el teorema de Green e integral de línea con integrales dobles y así entender y resolver problemas que se presentan en el desempeño de su formación ó en áreas afines.

### **COMPETENCIAS DE FORMACIÓN:**

**General:** Se espera que a través del curso el estudiante domine e interprete el lenguaje matemático, desarrolle competencias genéricas instrumentales que le permitan diseñar, resolver y expresar situaciones que se presentan en su vida cotidiana y en el entorno profesional.

**Específicas:** Al finalizar el curso el estudiante:

1. Identifica y grafica las diferentes superficies en el espacio, como también reconoce las propiedades fundamentales del espacio vectorial tridimensional.
2. Argumenta y justifica las funciones vectoriales mediante problemas prácticos y teóricos específicos de las diferentes áreas de actividad de su profesión, usando lenguaje y simbología apropiada para las representaciones que requiera.
3. Reconoce y aplica las diferentes propiedades de las funciones de varias variables en lo que se refiere al análisis de derivadas parciales y diferenciales en situaciones o problemas que describen variaciones y cambios.
4. Desarrolla habilidades y destrezas que le permiten, mediante el razonamiento, el análisis y la reflexión resolver los diversos modelos de integrales múltiples tratados en el curso.
5. Relaciona el concepto de integración múltiple con los teoremas más importantes del cálculo vectorial para aplicarlo en las otras áreas del conocimiento y en su campo profesional.

## **PROGRAMA SINTÉTICO:**

### **Unidades Temáticas**

#### **I. Geometría en el espacio**

1. Coordenadas rectangulares tridimensionales y coordenadas polares.
2. Producto escalar, Producto vectorial.
3. Rectas y planos en el espacio.
4. Superficies cuádricas y cilindros.
5. Conceptos básicos de topología en el espacio.

#### **II. Funciones Vectoriales**

1. Funciones vectoriales, álgebra, límites, continuidad, curvas en el espacio.
2. Derivadas e integrales.
3. Movimiento en el espacio: velocidad, aceleración, rapidez.
4. Longitud de curva, vector tangente unitario.

#### **III. Funciones Escalares**

1. Funciones de varias variables: dominio, rango, curvas y superficies de nivel.
2. Límites y continuidad.
3. Derivadas parciales, derivadas parciales de orden superior, derivación implícita, regla de la cadena.
4. Derivadas direccionales, vector gradiente, diferenciabilidad, plano tangente y recta normal.
5. Valores extremos, multiplicadores de Lagrange.

#### **IV. Integrales múltiples**

1. Integrales dobles en coordenadas rectangulares, iteradas, área, volumen.
2. Cambio de variables en integrales dobles (Integrales en coordenadas polares, aplicaciones).
3. Integrales triples en coordenadas rectangulares, aplicaciones.
4. Cambio de variables en integrales múltiples (Integrales en coordenadas cilíndricas y en coordenadas esféricas, aplicaciones).

#### **V. Cálculo vectorial**

1. Campos vectoriales, campos gradientes, trabajo, rotacional, divergencia.
2. Integral de línea, campos conservativos, integral de trabajo, teorema fundamental de integrales de línea.
3. Teorema de Green.
4. Integrales de superficie, Teorema de la divergencia o de Gauss.
5. Teorema de Stokes

### III. ESTRATEGIAS

La metodología del curso requiere que el estudiante realice la lectura previa de cada tema de clase. El docente, al iniciar la semana de clases evaluará la lectura previa mediante un quiz, o preguntas orales, sobre los temas a tratar para después ser desarrollados y aclarados por el docente utilizando como ayuda didáctica el tablero, el texto y las guías de clase. Cada tema estará acompañado de una exposición teórica y suficientes ejemplos de aplicación de manera que aclaren el por qué de los conceptos teóricos leídos y explicados. Se buscará una alta participación de los estudiantes a través de talleres individuales y grupales realizados en la clase y fuera de ella, los cuales tendrán relación directa con los temas teóricos tratados en el curso, haciendo uso de la lectura previa y de la tecnología. De igual forma se propone la realización de discusiones grupales en torno a problemas específicos realizando evaluaciones periódicas con el fin de llevar el seguimiento constante sobre los progresos y dificultades en el proceso formativo del estudiante.

Los estudiantes podrán disponer de espacios para asesoría por parte del profesor en los casos que así lo requieran.

Tipo de Curso	Horas			Horas Lectivas/sem	Horas Estud.te/sem	Total Horas Estud.te/sem	Créditos
	TD	TC	TA	(TD + TC)	(TD + TC +TA)	X 16 semanas	
Asignatura	4	2	3	6	9	144	3

**Trabajo Directo (TD):** Se desarrollará por parte del docente en clase presencial los contenidos mínimos del curso.

**Trabajo Colaborativo (TC):** Se desarrollarán semanalmente 2 horas de clase alrededor de las temáticas trabajadas en la semana. Se sugiere desarrollar 2 o 3 proyectos a lo largo del semestre. En este espacio se espera que el docente oriente a los estudiantes en el desarrollo de su proyecto, resolviendo dudas, planteando inquietudes entorno a la temática del proyecto.

**Trabajo Autónomo (TA):** Trabajo del estudiante sin presencia del docente, que se puede realizar en distintas instancias: en grupos de trabajo o en forma individual, en casa o en biblioteca, laboratorio, etc.)

#### IV. RECURSOS

**Medios y Ayudas:** El curso requiere de espacio físico (aula de clase); Recurso docente, recursos informáticos (página de referencia del libro, CD de ayuda del mismo, Recursos bibliográficos y computadores (salas de informática).

**Prácticas específicas:** Laboratorios sobre temáticas del curso a través de alguna herramienta informática.

#### BIBLIOGRAFÍA:

#### TEXTOS Guías

- [1] Colley Susan, Calculo Vectorial.  
[2] Claudio Pita, calculo Vectorial  
[2] FINNEY, THOMAS. Cálculo de varias variables. Editorial Addison-Wesley. Undécima edición.
- [3] STEWART, JAMES. Cálculo Multivariado. Editorial Thomson.  
[4] APOSTOL, TOM. Cálculo. Editorial Reverté.  
[5] TROMBA, ANTHONY, Cálculo Vectorial. Editorial Addison-Wesley.  
[6] LEITHOLD, LOUIS. El Cálculo con geometría analítica. Editorial Harla.  
[7] SWOKOWSKI, EARL. Cálculo con geometría analítica. Editorial Iberoamericana.  
[8] PURCELL VARBERY RIGDON. Cálculo. Editorial Pearson, 2000

- [1] Revista Sociedad Colombiana de Matemáticas:  
<http://www.emis.de/journals/RCM/revistas.html>

#### DIRECCIONES DE INTERNET

- [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com)  
[www.matematicas.net](http://www.matematicas.net)  
[www.dudasmaticas.com.ar](http://www.dudasmaticas.com.ar)

#### V. ORGANIZACIÓN / TIEMPOS

El espacio académico contempla horas de trabajo directo, trabajo colaborativo y trabajo autónomo; las temáticas se desarrollarán por unidades programadas por semana; el trabajo directo se realizará a partir de exposiciones del docente, que permitan el planteamiento de problemas y su posible solución práctica. La práctica en laboratorio (trabajo colaborativo), será abordada grupalmente y desarrollará temáticas y/o el tratamiento de problemas previamente establecidos, con el acompañamiento del docente. El estudiante desarrollará el trabajo

©	TEMA	LECTURA PREVIA	ESJERCICIOS PARA DISCUTIR EN CLASE (TRABAJO AUTONOMO)
1	Funciones con valores vectoriales y movimiento en el espacio Longitud de arco y vector tangente unitario	Capítulo 13 Secciones 13.1, 13.3	Taller 1 libro de trabajo, 13.1: 1,2,3,4, 5,6,7,9,13,14, 16, 21,23, 27, 31, 33, 34, 37, 39, 40. Del 1 al 14
2	Coordenadas rectangulares tridimensionales, cilindros y superficies cuádricas	Páginas: 889-897	Sección 12.6 1- 12, 17, 21, 25, 28, 32, 35, 44
3	Funciones de varias variables: dominio, rango, curvas y superficies de nivel. Límites y continuidad	Páginas: 965-972 Páginas: 976-981	Sección 14.1 Ejercicios: Impares todos. Sección 14.2 Ejercicios: Impares todos.
4	Derivadas parciales, derivadas direccionales Diferenciabilidad, y derivadas direccionales	Páginas: 984-994 Páginas: 996-1003	Sección 14.3 Ejercicios: Impares 37,41,45,47,51,58,59,63,67 Sección 14.4 Ejercicios: 1,5,7,11,25,27,29,31,37,43
5	Vector gradiente, vectores normales, plano tangente y recta normal. La diferencial, Derivadas parciales de Orden superior	Páginas: 1005-1013 Páginas: 1015-1024	Sección 14.5 Ejercicios: 1,5,13,15,17,21,27,29,31 Sección 14.6 Ejercicios: 1,7,9,17,19,21,25,29,35,41,49,63
6	Composición de funciones, Regla de la cadena, funciones implícitas Formula de Taylor para dos variables Máximos y Mínimos multiplicadores de Lagrange	Páginas: 1027-1033 Páginas: 1038-1047 Página 1055-1059	Sección 14.7 Ejercicios: 1,7,19,25,29,31,35,41,43,47,51,53 Sección 14.8 Ejercicios: Impares 1-17,23,27,29,33,35,39 Sección 14.10 2,5,8, se sugiere estudiar las preguntas de repaso
7	Integrales múltiples Integrales dobles en coordenadas rectangulares, aplicaciones: área, volumen.	Páginas: 1067-1078 Páginas: 1081-1083	Sección 15.1 Ejercicios: 1,3,7,9,13,15,19,21,23,27,33,37,41,43,45,47 Sección 15.2 Ejercicios: 1-3,5,7,9,11,13
8	Cambio de variables en integrales dobles. Coordenadas Polares e Integrales en coordenadas polares.	Páginas: 1128-1132	Sección 15.7 Ejercicios: 1,3,5,7,9,13,15 Sección 15.3 (después de trabajar la sección 15.7) Ejercicios: Impares 1-21
9	Integrales triples en coordenadas rectangulares, aplicaciones	Páginas: 1098-1106 Páginas: 1132-1135	Sección 15.4 Ejercicios: Impares 1-35,41,43
10	Cambio de variables en integrales múltiples (Integrales en coordenadas cilíndricas y en coordenadas esféricas, aplicaciones). Continuación de integración	Páginas 1114-1129	Sección 15.6-15.7 Sección 15.6 (después de trabajar la sección 15.7) Ejercicios: Impares 1-61
11	Campos vectoriales, campos gradientes, trabajo, rotacional, divergencia.	Páginas: 1149-1152 Páginas: 1169-1172	Sección 16.2 Ejercicios: 1-3,5 Ejercicios recomendados por el profesor

12	Integral de línea, campos conservativos, integral de trabajo, teorema fundamental de integrales de línea.	Páginas: 1143-1147 Páginas: 1149-1158 Páginas: 1160-1167	Sección 16.1 Ejercicios: 9,11,15,17,21 Sección 16.2 Ejercicios: 7,11,15,17,19,21 Sección 16.3 Ejercicios: 1,5,9,11,13,17,21,27
13	Teorema de Green	Páginas: 1172-1179	Sección 16.4 Ejercicios: 1,3,7,9,15,17,19,21,23,29
14	Integrales de superficie, Teorema de la divergencia o de Gauss	Páginas: 1182-1188 Páginas: 1211-1216	Sección 16.5 Ejercicios: 1,3,7,11,15,17,19,25,27 Sección 16.8 Ejercicios: 3,5,7,13,15
15	Teorema de Stokes Tercer Parcial	Páginas: 1201-1205	Sección 16.7 Ejercicios: 1,3,5,7,9

#### TEXTOS De Trabajo

1. Thomas, CÁLCULO Varias Variables, undécima edición
2. Marsden Tromba Calculo Vectorial, Cuarta edición, Addison Wesley
3. Pita Ruiz, Claudio, Calculo Vectorial, Prentice Hall
4. Apostol, Calculus, segunda edición, editorial Reverte.
5. Colley Susan Jane, Calculo Vectorial.pdf
6. Walter Mora, Calculo en Varias Variables ([www.tec.digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/](http://www.tec.digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/))

Evaluaciones: Se realizara una evaluación cada 3 semanas, todas tiene el mismo peso

Examen final se realizara el primer día de la semana de exámenes 30%

#### © TEMA LECTURA PREVIA ESJERCICIOS PARA DISCUTIR EN CLASE (TRABAJO AUTONOMO)

##### 1 Funciones con valores vectoriales y movimiento en el espacio

Longitud de arco y vector tangente unitario Capítulo 13

Secciones 13.1, 13.3 Taller 1 libro de trabajo, 13.1: 1,2,3,4, 5,6,7,9,13,14, 16, 21,23, 27, 31, 33, 34, 37, 39, 40.

Del 1 al 14

##### 2 Coordenadas rectangulares tridimensionales, cilindros y superficies cuádricas

Páginas: 889-897

Sección 12.6 1- 12, 17, 21, 25, 28, 32, 35, 44

##### 3 Funciones de varias variables: dominio, rango, curvas y superficies de nivel.

Limites y continuidad

Páginas: 965-972

Páginas: 976-981 Sección 14.1

Ejercicios: Impares todos.

Sección 14.2

Ejercicios: Impares todos.

##### 4 Derivadas parciales, derivadas direccionales



**Diferenciabilidad, y derivadas direccionales**

**Páginas: 984-994**

**Páginas: 996-1003 Sección 14.3**

**Ejercicios: Impares 37,41,45,47,51,58,59,63,67**

**Sección 14.4**

**Ejercicios: 1,5,7,11,25,27,29,31,37,43**

**5 Vector gradiente, vectores normales, plano tangente y recta normal. La diferencial, Derivadas parciales de Orden superior**

**Páginas: 1005-1013**

**Páginas: 1015-1024 Sección 14.5**

**Ejercicios: 1,5,13,15,17,21,27,29,31**

**Sección 14.6**

**Ejercicios: 1,7,9,17,19,21,25,29,35,41,49,63**

**6 Composición de funciones, Regla de la cadena, funciones implícitas**

**Formula de Taylor para dos variables**

**Máximos y Mínimos multiplicadores de Lagrange      Páginas: 1027-1033**

**Páginas: 1038-1047**

**Página 1055-1059 Sección 14.7**

**Ejercicios: 1,7,19,25,29,31,35,41,43,47,51,53**

**Sección 14.8**

**Ejercicios: Impares 1-17,23,27,29,33,35,39**

**Sección 14.10**

**2,5,8, se sugiere estudiar las preguntas de repaso**

**7**

**Integrales múltiples**

**Integrales dobles en coordenadas rectangulares, aplicaciones: área, volumen.**

**Páginas: 1067-1078**

**Páginas: 1081-1083 Sección 15.1**

**Ejercicios: 1,3,7,9,13,15,19,21,23,27,33,37,41,43,45,47**

**Sección 15.2**

**Ejercicios: 1-3,5,7,9,11,13**

**8 Cambio de variables en integrales dobles. Coordenadas Polares e Integrales en coordenadas polares.**

**Páginas: 1128-1132**

**Sección 15.7**

**Ejercicios: 1,3,5,7,9,13,15**

**Sección 15.3 (después de trabajar la sección 15.7)**

**Ejercicios: Impares 1-21**

**9      Integrales triples en coordenadas rectangulares, aplicaciones**

**Páginas: 1098-1106**

**Páginas: 1132-1135**

**Sección 15.4**

**Ejercicios: Impares 1-35,41,43**

**10      Cambio de variables en integrales múltiples (Integrales en coordenadas cilíndricas y en coordenadas esféricas, aplicaciones).Continuación de integración**

**Páginas 1114-1129   Sección 15.6-15.7   Sección 15.6 (después de trabajar la sección 15.7) Ejercicios: Impares 1-61**

**11      Campos vectoriales, campos gradientes, trabajo, rotacional, divergencia.**

**Páginas: 1149-1152**

**Páginas: 1169-1172**

**Sección 16.2**

**Ejercicios: 1-3,5**

**Ejercicios recomendados por el profesor**

**12      Integral de línea, campos conservativos, integral de trabajo, teorema fundamental de integrales de línea.**

**Páginas: 1143-1147**

**Páginas: 1149-1158**

**Páginas: 1160-1167   Sección 16.1**

**Ejercicios: 9,11,15,17,21**

**Sección 16.2**

**Ejercicios: 7,11,15,17,19,21**

**Sección 16.3**

**Ejercicios: 1,5,9,11,13,17,21,27**

**13      Teorema de Green**

**Páginas: 1172-1179**

**Sección 16.4**

**Ejercicios: 1,3,7,9,15,17,19,21,23,29**

**14      Integrales de superficie, Teorema de la divergencia o de Gauss**

**Páginas: 1182-1188**

**Páginas: 1211-1216   Sección 16.5**

**Ejercicios: 1,3,7,11,15,17,19,25,27**

**Sección 16.8**

**Ejercicios: 3,5,7,13,15**

**15 Teorema de Stokes**

**Tercer Parcial**

**Páginas: 1201-1205**

**Sección 16.7**

**Ejercicios: 1,3,5,7,9**

**TEXTOS De Trabajo**

- 1. Thomas, CÁLCULO Varias Variables, undécima edición**
- 2. Marsden Tromba Calculo Vectorial, Cuarta edición, Addison Wesley**
- 3. Pita Ruiz, Claudio, Calculo Vectorial, Prentice Hall**
- 4. Apostol, Calculus, segunda edición, editorial Reverte.**
- 5. Colley Susan Jane, Calculo Vectorial.pdf**
- 6. Walter Mora, Calculo en Varias Variables ([www.tec.digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/](http://www.tec.digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/))**

**Evaluaciones: Se realizara una evaluación cada 3 semanas, todas tiene el mismo peso**

**Examen final se realizara el primer día de la semana de exámenes 30%**